

1年 6章 空間図形 「正多面体」

1 問題と問題の意図 (全2時間)

＜問題1＞ 1時間目

合同な正三角形だけを使って多面体を作る。何面体まで作ることができるだろうか。

＜問題2＞ 2時間目

正三角形以外でも正多面体は作ることができるだろうか。

＜問題の意図＞

正多面体は、対称性の高い美しい立体である。教科書では、正多面体について扱っているが、正多面体が5種類しか存在しない理由については扱われていない。そこで、生徒が実際に様々な多面体を作る活動を通して、正多面体について理解を深め、正多面体が5種類しか存在しないことを理解できるように2時間扱いで授業を構成した。

2 本時の目標

正多面体の意味を知り、正多面体が5種類しかないことを理解する。

3 授業の流れ

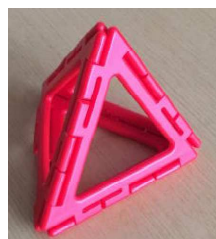
1時間目＜問題1＞

- (1) 問題を板書し、すぐに予想させる。生徒からは十二面体、二十面体、三十面体など様々な答えが出るだろう。ここで、「では、正三角形の枚数をもっとも少なくして多面体を作るには正三角形は何枚必要か」と問うと「4枚」と答える。教師がポリドロン*を使って実際に正四面体を作って確かめる。
- (2) そこで多面体について説明し、「様々な多面体を作ってみよう」と課題を板書する。「四面体以外に何面体を作ることができるか」問うと、六面体、八面体、十面体が生徒から出てくるので、正三角形のポリドロンを1人10個配布し、4～5分時間をとり実際に生徒に作らせる。

途中、生徒に作り方のコツを問うと、次のような意見が出される。

- ・六面体は、1つの頂点に3つの三角形をくっつけたものどうしをくっつける
- ・八面体は、1つの頂点に4つの三角形をくっつけたものどうしをくっつける
- ・十面体は、1つの頂点に5つの三角形をくっつけたものどうしをくっつける

生徒が作った多面体



四面体



六面体



八面体



十面体

(3) 「二十面体も作ることができるか」と問い、二人一組で取り組ませる。3分程度時間をとるが、多くの生徒は作ることが難しい。そこで、早く作ることができた生徒の二十面体を見させて「どんな形をしているか」と問うと、「球に近い！」などの意見が出るだろう。また、1つの頂点に5つの三角形が集まっていることを確認して、再度取り組ませる。



正二十面体

(4) 生徒が二十面体を作り終えた時点で、教師が作っておいた四面体、六面体、八面体、十面体、二十面体を生徒に提示して、「これらを2つのグループに分ける。どのように分けるか」と問う。生徒とやり取りしながら生徒の言葉で次のようにグループに分ける。

- ・四面体、八面体、二十面体 ～ どこから見ても同じように見える
- ・六面体、十面体 ～ 平べったく見える

(5) 「どこから見ても同じ形に見えるということは、どういうことだろうか」と問い返し、辺や面、頂点に注目させて二十面体を観察させると、「どの頂点も面（辺）の数が同じ」という意見が生徒から出てくるだろう。

ここで、正多面体について以下のようにまとめる。

- ・どの面も合同な正多角形で、どの頂点にも集まっている面の数が同じ多面体を正多面体という。

	正四面体	正八面体	正二十面体
頂点に集まっている面の数	3	4	5

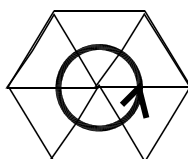
(7) 「正三角形を使って正二十面体以上の正多面体を作ることができるか」と問う、生徒は「作れる」「作れない」に分かれる。二十面体より多い正多面体を作るには、先の表から、1つの頂点に集まっている面の数が6つ以上必要であることを確認すると、「作れない」という生徒のつぶやきが多くなる。

そこで、「作ることができない理由を考えよう」と板書に加え、理由をノートに書かせる。

生徒からは、次のような考えが出される。

- ・正二十面体以上を作るには、1つの頂点に正三角形が6つ以上集まる必要がある。
- ・正三角形が6つ集まると平面になるので頂点を作ることができない。
よって、正三角形で二十面体より多い正多面体を作ることができない。

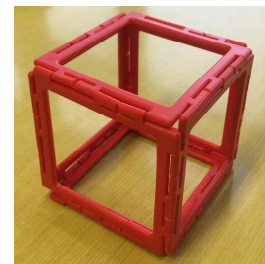
図)



1つの内角 $60^\circ \times 6 = 360^\circ$
 360° は平面になるので頂点が作れない。

2時間目<問題2>

- (1) 前時の授業を想起させ、「正三角形以外でも正多面体を作ることができるだろうか」と板書し、問題を提示する。すぐに「できる」という声があがるのでどんな図形ならできるかと問うと、正方形、正五角形、正六角形などの意見が出てくる。
- (2) そこで、「正方形や正五角形、正六角形でも正多面体を作れるだろうか」と課題を板書する。「正方形では、どんな正多面体を作ることができるか」と問うと、多くの生徒が「立方体」と答える。中には、「正六面体」と答える生徒もいる。確かめるために、正方形のポリドロンを配り、実際に作らせる。多くの生徒がすぐに作ることができる。
- (3) 「本当に正多面体だろうか」とその根拠を問い、どの頂点にも正方形が3つ集まっていることを確認する。そこで、「正方形で正六面体以外の正多面体を作ることができるか」と問うと、「できる」より「できない」と答える生徒が多い。

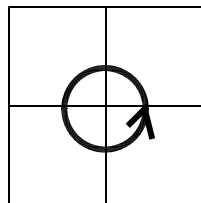


正六面体

できない理由をノートに書かせると次のような考えが出される。

- ・正六面体以上を作るには、1つの頂点に正方形が4つ以上集まる必要がある。正方形が4つ集まると平面になるので頂点を作ることができない。よって、正方形で正六面体以外の正多面体を作ることができない。

図)



$$1 \text{ つの内角 } 90^\circ \times 4 = 360^\circ$$

360° は平面になるので頂点が作れない。

- (4) 次に、「正五角形では、正多面体が作れるだろうか」と問うと「作れる」と答える生徒が多い。そこで、その理由をノートに書かせる。理由を考えることができない生徒が多い場合は、正五角形の1つの内角が 108° であることや1つの頂点に何個集まればよいかなどを確認する。生徒からは今までの学習をふり返り次のような考えが出される。

- ・正五角形の1つの内角は 108°

1つの頂点に集まる面の数が3つ $108^\circ \times 3 = 324^\circ \rightarrow$ 正多面体ができる

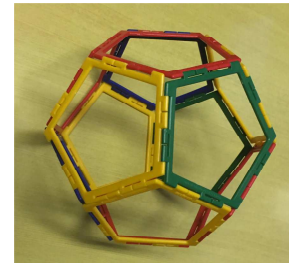
1つの頂点に集まる面の数が4つ $108^\circ \times 4 = 432^\circ \rightarrow$ 正多面体ができない

- (4) 同様に、「正六角形では、正多面体が作れるだろうか」と問うと「作れない」と答える生徒が多い。理由をノートに書かせる。多くの生徒は今までの学習をふり返り次のように答える。

- ・正六角形の1つの内角は 120°

1つの頂点に集まる面の数が3つ $120^\circ \times 3 = 360^\circ \rightarrow$ 正多面体ができない

- (5) 最後に、「正五角形では正何面体ができるか」と問い、正五角形のポリドロンで実際に作らせる。正十二面体を作ることができた生徒からは、「お～!」「すごい!」「本当だ!」などの感嘆の声が上がるだろう。
- (6) この後、正多面体について教科書で振り返る。また、頂点や辺、面の数を調べてオイラーの多面体定理を扱うと、正多面体についての理解がより深まる。



正十二面体

*ポリドロン：4色8種類の幾何学的な形をはめあわせて平面的な模様や立体的な造形を作れるシステム遊具（本時では東京書籍販売のものを使用）。

文責 中本 厚（旭川市立神楽中学校）2018.3